

Д. И. Прохоров

Сборник задач
по **МАТЕМАТИКЕ**
для 5–7 классов:

задачи практической направленности,
математическое моделирование,
комбинаторика

Пособие для педагогов
учреждений общего среднего образования

М о з ы р ь
«Белый Ветер»
2 0 1 6

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я71
П78

Р е ц е н з е н т ы :

доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры теории функций
УО «Белорусский государственный университет» *Н. В. Бровка*;

кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой информационных
технологий в образовании ГУО «Минский городской институт
развития образования» *Т. О. Пучковская*;

кандидат педагогических наук, учитель математики высшей
квалификационной категории ГУО «Средняя школа № 48 г. Минска
им. Ф. А. Малышева» *Е. И. Лакиша*

Прохоров, Д. И.

П78 Сборник задач по математике для 5—7 классов: задачи практической направленности, математическое моделирование, комбинаторика : пособие для педагогов учреждений общего среднего образования / Д. И. Прохоров. — Мозырь : Белый Ветер, 2016. — 94, [2] с. : ил.

ISBN 978-985-574-909-8.

Сборник содержит задачи практической направленности, при решении которых необходимо использовать элементы математического моделирования; необычные и курьезные факты из истории математики; парадоксальные математические закономерности; математические софизмы. Особое внимание уделено подбору задач по построению фигур на координатной плоскости, на разрезание геометрических фигур и составление из их частей новых объектов, решение этих задач способствует развитию у учащихся пространственного мышления и навыков моделирования. Последний раздел книги содержит краткий теоретический материал и задания по комбинаторике. Материалы сборника соответствуют учебной программе по математике для 5—7 классов для учреждений общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания 2016 года.

Адресован учителям математики, студентам педагогических специальностей, родителям, учащимся 5—7 классов учреждений общего среднего образования.

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я71

ISBN 978-985-574-909-8

© ООО ИД «Белый Ветер», 2016

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

ОТ АВТОРА

Уважаемые учащиеся, родители и коллеги!

Изменения в 2016 году «Учебной программы для учреждений общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания “Математика V— VII классы”» обуславливают актуальность постановки и решения задачи формирования у учащихся практических умений и навыков, которые необходимы в любом виде деятельности и профессии: умение наблюдать, анализировать, распознавать, сравнивать, обобщать, сопоставлять, делать выводы о полученной информации, проводить математическое моделирование реальных процессов и др.

Собранный материал может быть использован при проведении уроков, факультативных, стимулирующих и поддерживающих занятий, дополнительных образовательных услуг, при подготовке учащихся к олимпиадам, интеллектуальным турнирам и соревнованиям и др.

В сборник включены следующие разделы:

5 класс: «Натуральные числа и действия над ними», «Обыкновенные дроби и действия над ними», «Геометрические фигуры и величины»;

6 класс: «Десятичные дроби и действия над ними», «Проценты и пропорции», «Координатная плоскость», «Рациональные числа и действия над ними», «Геометрические фигуры и величины»;

7 класс: «Целые и рациональные выражения», «Линейные уравнения и их системы. Линейная функция», «Признаки равенства треугольников», «Параллельные прямые», «Геометрические задачи на составление фигур. Пентамино»;

Комбинаторика и перестановки: «Элементы комбинаторики», «Правило комбинаторного сложения», «Правило комбинаторного умножения», «Перестановки».

Выделенные нами темы соответствуют тематике заданий, оценивающих математическую грамотность с точки зрения международных экспертов TIMS, PISA.

С целью развития у учащихся навыков математического моделирования, логического, эвристического, комбинаторного и критического мышления в содержание сборника включены зада-

чи на разрезание геометрических фигур и составление из их частей новых объектов. Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Решения многих простых задач на разрезание были найдены еще древними греками, китайцами, но первый систематический трактат на эту тему принадлежит перу **Абул-Вефа** — знаменитого персидского астронома X века, жившего в Багдаде. Геометры всерьез занялись решением задач на разрезание фигур на наименьшее число частей и последующее составление из них той или иной новой фигуры лишь в начале XX века. Одним из основоположников этого увлекательного раздела геометрии был знаменитый составитель головоломок **Генри Э. Дьюдени** (1857—1930).

Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать представления у школьников о пространстве и местоположении в нем геометрических объектов. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

В большинстве разделов сборника содержатся описания занимательных математических софизмов. *Софизм* (от греческого σοφισμα — уловка, ухищрение, выдумка, головоломка) можно определить как умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям. Каким бы ни был софизм, он всегда содержит одну или несколько замаскированных ошибок.

История математики полна неожиданных и интересных софизмов, разрешение которых порой служило толчком к новым открытиям. **Математический софизм** — утверждение, противоречащее полученным ранее знаниям, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки. Математические софизмы приучают анализировать условие задачи, внимательно и настороженно проводить рассуждения, тщательно следить за точностью формулировок, правильно записи чертежей, за законностью математических операций. Очень часто понимание ошибок в софизме ведет к пониманию математики в целом, помогает развивать логику, навыки анализа и математического мышления. Если учащийся нашел ошибку в софизме, значит, он ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях.

К типичным ошибкам в софизмах можно отнести: неправильно выполненные арифметические операции; пренебреже-

ние условиями теорем, формул и правил; ошибочный чертеж; опора на ошибочные умозаключения. Нередко ошибки, допущенные в софизме, настолько умело скрыты, что даже опытный математик не сразу их выявит. Именно в этом и проявляется связь математики и философии в софизмах. Софизм — гибрид не только математики и философии, но и логики с риторикой. Основные создатели софизмов — древнегреческие ученые-философы, но, тем не менее, они создавали математические софизмы, основываясь на элементарных аксиомах, что еще раз подтверждает связь математики и философии в софизмах. На учебных и внеучебных занятиях учитель может предложить учащимся подготовить краткое выступление о противоречии, рассмотренном в софизме, а затем обсудить с учениками причины такого противоречия.

В последнем разделе книги представлен краткий теоретический материал по комбинаторике. В связи с обновлением содержания учебной программы по математике и включением в него элементов комбинаторики, предлагаемые материалы призваны облегчить работу учителя при подготовке к учебным и внеучебным занятиям.

Вначале решение комбинаторных задач было направлено на отыскание возможности оценки шансов игрока на выигрыш в азартной игре. Искали ответы на вопросы: сколькими способами можно выбросить необходимое число очков, бросая две или три кости, сколькими способами можно составить нужный набор карт в некоторой карточной игре и т. д.

Считается, что итальянский математик, физик и астролог **Д. Кардано** (1501—1576) первым провел математический анализ игр в кости в 1526 году. Он применил теоретическую аргументацию и собственную обширную игровую практику для создания своей теории вероятностей, на основе которой давал советы ученикам, как делать ставки. **Г. Галилей** (1564—1642) возобновил исследование игр в кости в конце XVI века. **Б. Паскаль** (1623—1662) сделал то же самое в 1654 году. И оба — по-настоящему азартные игроки — сделали это из-за больших затрат при игре в кости. Расчеты Галилея были в точности такими же, какие применили бы современные математики. Исторически теория игр обязана своим происхождением азартным ученым-математикам и азартным играм.

Ко всем собранным задачам даны ответы и краткие указания по их решению.

В сборник включены следующие рубрики:



— **«Минутка истории»** — содержит познавательный, развивающий материал об истории математики, интересные факты и математические закономерности;



— **«Математический софизм»** — содержит описание парадоксальной задачи, математического софизма, анализ причин допущенной ошибки.

Автор выражает благодарность Юлии Владимировне Журавкевич за помощь в подборе содержания и редактировании книги.

Надеемся, что собранные нами материалы будут полезны!

Список рекомендуемой литературы

1. *Баврин, И. И.* Сборник задач и занимательных упражнений по математике, 5—9 классы / И. И. Баврин. М. : Гуманитарный изд. центр ВЛАДОС, 2014. 236 с.
2. *Глейзер, Г. И.* История математики в школе. 4—6 классы : пособие для учителей / Г. И. Глейзер. М. : Просвещение, 1981. 239 с.
3. *Глейзер, Г. И.* История математики в школе. 7—8 классы : пособие для учителей / Г. И. Глейзер. М. : Просвещение, 1982. 240 с.
4. *Гусев, В. А.* Внеклассная работа по математике в 6—8 классах / В. А. Гусев, А. И. Орлов, А. Л. Розенталь ; под ред. С. И. Шварцбурга. М. : Просвещение, 1977. 288 с.
5. *Гуцанович, С. А.* Элементы дискретной математики в занимательных примерах и задачах / С. А. Гуцанович, О. И. Мельников. Минск : Нац. ин-т образования, 2008. 80 с.
6. *Екимова, М. А.* Задачи на разрезание / М. А. Екимова, Г. П. Кукин. М. : МЦНМО, 2002. 120 с.
7. *Казаков, В. В.* Развивающая математика. 5—6 классы / В. В. Казаков. 2-е изд. Минск : Аверсэв, 2013. 172 с.
8. *Кузнецова, Е. П.* Сборник задач по алгебре : учеб. пособие для 7-го кл. / Е. П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л. Б. Шнепермана. Минск : Нац. ин-т образования, 2012. 152 с.
9. Математика : энциклопедия / под ред. Ю. В. Прохорова. М. : Большая Российская энциклопедия, 2003, 845 с.
10. *Мостеллер, Ф.* Вероятность / Ф. Мостеллер [и др.] ; пер. с англ. В. В. Фирсова ; под ред. И. М. Яглома. М. : Мир, 1969. 431 с.
11. *Новик, И. А.* Задачи по математике : кн. для учащихся / И. А. Новик, Н. К. Пещенко, Н. В. Бровка. Минск : Нар. Асвета, 1984. 96 с.
12. *Олехник, С. Н.* Старинные задачи / С. Н. Олехник, Ю. В. Нестеренко, М. К. Потапов. М. : Дрофа, 2002. 176 с.
13. *Парахневич, В. А.* Сборник задач по геометрии / В. А. Парахневич, Е. В. Парахневич, А. М. Фельдман ; под ред. А. М. Фельдмана. Минск : Аверсэв, 2007. 208 с.
14. *Прасолов, В. В.* Задачи по планиметрии : учеб. пособие / В. В. Prasолов. 5-е изд., испр. и доп. М. : МЦНМО, Московские учебники, 2006. 640 с.
15. *Прохоров, Д. И.* Сборник нестандартных задач и упражнений для внеклассных занятий по математике в 5—7 классах : пособие для учащихся учреждений общего среднего образования / Д. И. Прохоров. Мозырь : Белый Ветер, 2015. 138 с.
16. Сборник задач по планиметрии : пособие для учащихся учреждений общего среднего образования / сост. Т. П. Кубеко. Мозырь : Белый Ветер, 2014. 110 с.
17. *Тригг, Ч.* Задачи с изюминкой / Ч. Тригг ; пер. с англ. Ю. Н. Сударева ; под ред. и с предисл. В. М. Алексеева. М. : Мир, 1975, 304 с.

18. *Фарков, А. В.* Внеклассная работа по математике. 5—11 классы / А. В. Фарков. 4-е изд. М. : Айрис-пресс, 2009. 288 с.

19. *Чистяков, В. Д.* Старинные задачи по элементарной математике / В. Д. Чистяков. Минск : Высшая школа, 1978. 270 с.

20. *Шлыков, В. В.* Геометрия. Планиметрия : шк. учеб. пособие / В. В. Шлыков. Минск : Асар, 2003. 288 с.

Содержание

От автора 3

5 КЛАСС

1. Натуральные числа и действия над ними 7

2. Обыкновенные дроби и действия над ними 15

3. Геометрические фигуры и величины 20

6 КЛАСС

1. Десятичные дроби и действия над ними 25

2. Проценты и пропорции 29

3. Координатная плоскость 32

4. Рациональные числа и действия над ними 40

5. Геометрические фигуры и величины 46

7 КЛАСС

1. Целые и рациональные выражения 51

2. Линейные уравнения и их системы. Линейная функция . . 54

3. Признаки равенства треугольников 57

4. Параллельные прямые 60

5. Геометрические задачи на составление фигур. Пентамино . . 63

КОМБИНАТОРИКА И ПЕРЕСТАНОВКИ

1. Элементы комбинаторики 65

2. Правило комбинаторного сложения 70

3. Правило комбинаторного умножения 73

4. Перестановки 77

Ответы и указания 83

Список рекомендуемой литературы 94

3

Учебное издание

ПРОХОРОВ Дмитрий Игоревич

**СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ
ДЛЯ 5—7 КЛАССОВ:**

**ЗАДАЧИ ПРАКТИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ,
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,
КОМБИНАТОРИКА**

Пособие для педагогов
учреждений общего среднего образования

Ответственный за выпуск *А. В. Зуева*

Ведущий редактор *С. Е. Шумак*. Редактор *И. А. Павловская*
Художник *Е. Н. Рогова*. Художник обложки *Е. Н. Рогова*
Компьютерная верстка *И. А. Павловской*

Подписано в печать с оригинал-макета 02.03.2016. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Печать цифровая. Усл. печ. л. 5,58. Уч.-изд. л. 4,52. Тираж 1513 экз. Заказ 180/5749098-1.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Общество с ограниченной ответственностью «Издательский Дом «Белый Ветер». Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/35 от 16.01.2015. Ул. Советская, 198/4, 247760, г. Мозырь, Гомельская обл., Беларусь. Тел./факс (0236) 32-51-03, 32-51-22. Филиал: ул. Володько, 30, оф. 417, 220007, г. Минск, Беларусь. Тел. (017) 224-66-89, 298-50-26, 298-50-27. <http://belveter.by>. E-mail: book@belveter.by