

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

Ю. Ю. Гнездовский, В. Н. Горбузов, А. Ф. Проневич

ТРИГОНОМЕТРИЯ

СПРАВОЧНИК ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

Мозырь
«Белый Ветер»
2013

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

УДК 514.116(035.5)

ББК 22.151.0я2

Г56

Под редакцией В. Н. Горбузова

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент УО «Гродненский государственный аграрный университет» *А. А. Денисковец*;

кандидат педагогических наук, доцент УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы» *Н. П. Макарова*

*Рекомендовано Советом педагогического факультета
ГрГУ им. Я. Купалы*

Гнездовский, Ю. Ю.

Г56 Тригонометрия : справочник для учащихся / Ю. Ю. Гнездовский, В. Н. Горбузов, А. Ф. Проневич ; [под ред. В. Н. Горбузова]. — Мозырь : Белый Ветер, 2013. — 97, [3] с.

ISBN 978-985-542-105-5.

В справочнике содержатся формулы преобразования тригонометрических и обратных тригонометрических выражений; свойства и графики тригонометрических и обратных тригонометрических функций; методы решения тригонометрических и обратных тригонометрических уравнений и неравенств, а также приложения тригонометрии в планиметрии.

Адресуется учащимся и учителям учреждений общего среднего образования, гимназий, лицеев и колледжей, а также студентам и преподавателям математических, естественных и общетехнических дисциплин вузов.

УДК 514.116(035.5)

ББК 22.151.0я2

ISBN 978-985-542-105-5

© Гнездовский Ю. Ю., Горбузов В. Н.,
Проневич А. Ф., 2013

© Оформление. ООО ИД «Белый Ветер», 2013

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

Введение

Понятие «*тригонометрия*» (от греч. *τριγωνιον* — «треугольник», «музыкальный инструмент, похожий на арфу» и *μετρεω* — «мерить», «измерять») в переводе на русский язык означает «измерение треугольников».

Термин «*синус*» (от лат. слова *sinus*, что означает «тетива», «изгиб», «выпуклость», «вздутие») является переводом арабского слова «джива» («тетива лука»), которым обозначали синус индийские математики.

Понятие «*тангенс*» происходит от латинского слова *tango*, которое переводится «трогать», «(при)касаться», т.е. слово «тангенс» означает «касательная».

Термин «*секанс*» произошел от латинского слова *seco*, которое означает «рассекать», «разрезать», «отсекать».

Термины «тангенс» и «секанс» предложил датский математик Томас Финк (Финке) в 1583 г.

Названия «*косинус*» и «*котангенс*» образованы с помощью сокращения «со» латинского слова *complementum*, которое означает «дополнение». Этим выражается тот факт, что $\cos \varphi$ и $\operatorname{ctg} \varphi$ равны соответственно синусу и тангенсу угла, дополнительного к φ до $\frac{\pi}{2}$:

$$\cos \varphi = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right), \quad \operatorname{ctg} \varphi = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right).$$

Термины «косинус» и «котангенс» впервые использовал английский математик и астроном Эдмонт Гунтер (Гюнтер) в 1620 г.

Знаки \sin , \cos и tg введены Леонардом Эйлером: \sin и \cos — в 1748 г.; tg — в 1753 г.

Знак arcsin для арксинуса (arc — сокращение латинского *arcus*, которое означает «дуга (величина дуги или величина угла)») был введен в 1772 г. французским математиком Жозефом Лагранжем.

Число π обозначается первой буквой греческих слов *περιφερεια*, которое означает «круг», «поверхность кругового тела», и *περιμετρον*, которое означает «окружность».

Греческую букву π как обозначение отношения длины окружности к диаметру впервые использовал в 1706 г. английский математик Уильям Джонс (Джоунз). Это обозначение стало общепринятым после работ Леонарда Эйлера с 1736 г.

Содержание

Введение	3
1. Окружность	4
2. Круг	5
3. Плоский угол	5
4. Центральные и вписанные углы	7
5. Градусная и радианная меры угла	9
6. Тригонометрические функции острого угла	11
7. Решение прямоугольных треугольников	12
8. Градусная и радианная меры круговых дуг	13
9. Круговой сектор	14
10. Обобщенная круговая дуга и обобщенный угол	15
11. Измерение обобщенных круговых дуг и углов	16
12. Тригонометрические функции произвольного угла	18
13. Единичная окружность	20
14. Решение плоских треугольников	22
14.1. Периметр треугольника	22
14.2. Площадь треугольника	22
14.3. Теорема косинусов	23
14.4. Теорема синусов	23
14.5. Теорема тангенсов	23
14.6. Формулы Мольвейде	24
14.7. Выражение углов треугольника через его стороны	24
14.8. Выражение радиуса описанной окружности через стороны и углы треугольника	24
14.9. Выражение радиуса вписанной окружности через стороны и углы треугольника	24
14.10. Решение косоугольных треугольников	25
15. Круговой сегмент	26
15.1. Длина хорды	26
15.2. Длина круговой дуги	26
15.3. Радиус круга	26
15.4. Центральный угол	26
15.5. Высота хорды	27
15.6. Площадь кругового сегмента	27
16. Построение угла по данному значению его тригонометрической функции	27
17. Связь между тригонометрическими функциями одного аргумента	32

18. Значения тригонометрических функций для значений аргумента $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$	33
19. Формулы приведения	34
20. Формулы сложения	34
21. Тригонометрические функции двойного аргумента	36
22. Тригонометрические функции тройного аргумента	36
23. Тригонометрические функции половинного аргумента	37
24. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение	38
25. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму	40
26. Формулы понижения степени тригонометрических функций	41
27. Выражение тригонометрических функций через одну из них того же аргумента	41
28. Конечные суммы тригонометрических функций	42
29. Формулы Моавра и Эйлера	43
30. Свойства и графики тригонометрических функций	44
30.1. Функция $y(x) = \sin x$	44
30.2. Функция $y(x) = \cos x$	46
30.3. Функция $y(x) = \operatorname{tg} x$	49
30.4. Функция $y(x) = \operatorname{ctg} x$	51
30.5. Функция $y(x) = \operatorname{sec} x$	53
30.6. Функция $y(x) = \operatorname{cosec} x$	56
31. Гармоника	59
32. Затухающие гармонические колебания	60
33. Фигуры Лиссажу	60
34. Дифференцирование и интегрирование тригонометрических функций	62
35. Обратные тригонометрические функции	62
36. Преобразование суммы обратных тригонометрических функций	65
37. Свойства и графики обратных тригонометрических функций	67
37.1. Функция $y(x) = \arcsin x$	67
37.2. Функция $y(x) = \arccos x$	67
37.3. Функция $y(x) = \operatorname{arctg} x$	68
37.4. Функция $y(x) = \operatorname{arctg} x$	69
37.5. Графики обратных тригонометрических функций от тригонометрических функций	69
37.5.1. Функция $y(x) = \arcsin \sin x$	69

37.5.2. Функция $y(x) = \arccos \cos x$	70
37.5.3. Функция $y(x) = \operatorname{arctg} \operatorname{tg} x$	70
37.5.4. Функция $y(x) = \operatorname{arcctg} \operatorname{ctg} x$	70
38. Дифференцирование и интегрирование обратных тригонометрических функций	71
39. Равенство тригонометрических функций	71
39.1. $\cos x = \cos y$	71
39.2. $\sin x = \sin y$	71
39.3. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$	71
39.4. $\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} y$	71
39.5. $\cos x = -\cos y$	72
39.6. $\sin x = -\sin y$	72
39.7. $\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg} y$	72
39.8. $\operatorname{ctg} x = -\operatorname{ctg} y$	72
39.9. $\sin x = \cos y$	72
39.10. $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} y$	72
39.11. $\sin x = -\cos y$	72
39.12. $\operatorname{tg} x = -\operatorname{ctg} y$	72
40. Решение простейших тригонометрических уравнений	73
40.1. Уравнение $\sin t = a$	73
40.2. Уравнение $\cos t = a$	73
40.3. Уравнение $\operatorname{tg} t = a$	74
40.4. Уравнение $\operatorname{ctg} t = a$	75
41. Простейшие тригонометрические неравенства	75
41.1. Неравенство $\sin t < a$	75
41.2. Неравенство $\sin t > a$	77
41.3. Неравенство $\cos t < a$	78
41.4. Неравенство $\cos t > a$	80
41.5. Неравенство $\operatorname{tg} t < a$	82
41.6. Неравенство $\operatorname{tg} t > a$	83
41.7. Неравенство $\operatorname{ctg} t < a$	84
41.8. Неравенство $\operatorname{ctg} t > a$	85
42. Обратные тригонометрические уравнения	86
42.1. Уравнение $\arcsin x = a$	86
42.2. Уравнение $\arcsin f(x) = g(x)$	86
42.3. Уравнение $\arccos x = a$	86
42.4. Уравнение $\arccos f(x) = g(x)$	86
42.5. Уравнение $\operatorname{arctg} x = a$	86
42.6. Уравнение $\operatorname{arctg} f(x) = g(x)$	87
42.7. Уравнение $\operatorname{arcctg} x = a$	87
42.8. Уравнение $\operatorname{arcctg} f(x) = g(x)$	87
43. Простейшие обратные тригонометрические неравенства	87
43.1. Неравенство $\arcsin x < a$	87

43.2. Неравенство $\arcsin x > a$	88
43.3. Неравенство $\arccos x < a$	88
43.4. Неравенство $\arccos x > a$	88
43.5. Неравенство $\operatorname{arctg} x < a$	89
43.6. Неравенство $\operatorname{arctg} x > a$	89
43.7. Неравенство $\operatorname{arcctg} x < a$	89
43.8. Неравенство $\operatorname{arcctg} x > a$	90
44. Преобразования сложного квадратного корня	90
45. Общие свойства функции	90

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>

Справочное издание

ГНЕЗДОВСКИЙ Юрий Юрьевич
ГОРБУЗОВ Виктор Николаевич
ПРОНЕВИЧ Андрей Францевич

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Справочник для учащихся

Главный редактор *С. Е. Шумак*
Ведущий редактор *И. А. Доманчук*
Художник обложки *Е. Н. Рогова*
Компьютерная верстка *В. В. Блашкевич*

Подписано в печать с оригинал-макета 26.02.2013. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Печать цифровая. Усл. печ. л. 5,81. Уч.-изд. л. 4,25. Тираж 2513 экз. Заказ 165/5421055-1.

Удостоверение о государственной гигиенической регистрации № 08-33-3.68371 от 03.03.2010. Общество с ограниченной ответственностью «Издательский Дом «Белый Ветер». ЛИ № 02330/0548579 от 05.08.2009. 247760, г. Мозырь, ул. Советская, 198/4. Филиал: 220007, г. Минск, ул. Володько, 30, оф. 417. Тел. (017) 224-66-89, 298-50-26, 298-50-27.

Отпечатано цифровым способом печати. Общество с ограниченной ответственностью «Издательский Дом «Белый Ветер». 247760, г. Мозырь, ул. Советская, 198/4. Тел./факс (0236) 32-51-03, 32-51-22.
www.book.belveter.by. E-mail: book@belveter.by

Купить в Беларуси: <http://belveter.by>