

МАТЕМАТИКА

Подготовка
к экзамену и ЦТ 

для учащихся

10–11

классов

Практикум для учащихся учреждений
общего среднего образования

М о з ы р ь
«Выснова»
2 0 2 1

УДК 51(075.2)

ББК 22.1я71

М34

С о с т а в и т е л ь **Е. И. Федорако**

Р е ц е н з е н т ы:

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета **А. А. Самодуров**;

преподаватель математики высшей категории УО «Минский государственный профессионально-технический колледж электроники» **Е. В. Супрун**

Математика. Подготовка к экзамену и ЦТ для учащихся
М34 10—11 классов : практикум для учащихся учреждений общего
среднего образования / [сост. Е. И. Федорако]. — Мозырь : Высно-
ва, 2021. — 280 с. : ил.

ISBN 978-985-27-1054-1.

Пособие содержит тестовые задания различного уровня сложности по всем разделам математики, а также краткий теоретический справочник. Практический материал каждого теста является достаточно полным для закрепления полученных знаний на практике и соответствует требованиям школьной программы. Теоретический материал изложен кратко, последовательно, доступно, что позволит школьникам работать с книгой самостоятельно.

Адресуется учащимся старших классов, абитуриентам.

УДК 51(075.2)

ББК 22.1я71

Предисловие

Данный сборник тестов предназначен учащимся 10-х и 11-х классов средней школы и является тренингом для отработки и закрепления умений и навыков решения задач по математике, сформулированных в тестовой форме.

Сборник составлен таким образом, что тесты можно решать в течение всего учебного года по одному в неделю, поскольку задания в них составлены в соответствии со школьной программой. По мере возрастания порядковых номеров тестов в них появляются задания по изученным к этому времени темам программы, что позволяет старшеклассникам постоянно контролировать и совершенствовать уровень своих знаний по математике. Это особенно важно для тех, кто собирается сдавать вступительный экзамен по математике в форме теста при поступлении в вуз.

Идея создания данного пособия возникла в процессе работы с абитуриентами, многие из которых нуждаются в постоянном повторении и закреплении пройденного материала в силу слабой базовой подготовки по предмету. Именно таким школьникам необходимо регулярно заниматься математикой и решать тесты в процессе подготовки к ЦТ не только на последнем ее этапе, но и в течение достаточно длительного периода времени.

Пособие состоит из 6 разделов. В 1-м и 2-м разделах содержатся тесты для учащихся 10-х и 11-х классов соответственно (30 тестов в каждом разделе, по 16 заданий в каждом тесте). В 3-м разделе — тесты для итогового контроля и подготовки к ЦТ (10 тестов по 32 задания в тесте, как и в ЦТ образца 2021 года). 4-й раздел содержит три тематических теста по темам «Векторы, координаты», «Производная» и «Комбинаторика. Элементы теории вероятностей», которые изучаются только на повышенном уровне и не содержатся в программе подготовки к ЦТ. 5-й раздел пособия представляет собой краткий теоретический справочник по всем разделам школьного курса математики. В 6-м разделе представлены решения 6 тестов. В конце книги содержатся ответы ко всем предложенным заданиям.

Для того, чтобы учащиеся могли оценить уровень своих знаний в процессе работы с книгой, можно предложить следующие схемы:

Для тестов 1-го, 2-го и 4-го разделов:

A1—A3	A4—A6	A7—A9	B1—B3	B4—B5	B6—B7	Сумма
4 балла	5 баллов	6 баллов	7 баллов	8 баллов	9 баллов	100 баллов

Для тестов 3-го раздела:

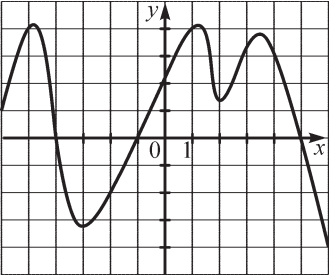
A1—A6	A7—A12	A13—A18	B1—B6	B7—B10	B11—B14	Сумма
2 балла	2,5 балла	3 балла	3,5 балла	4 балла	4,5 балла	100 баллов

Автор надеется, что данный сборник тестов вместе с изданным ранее «Практикумом по подготовке к ЦТ по математике» помогут учащимся качественно и без пробелов в знаниях подготовиться к выполнению заданий на ЦТ по математике.

Раздел 1. ТЕСТЫ. 10 КЛАСС

Тест 1

Часть А

Задание	Варианты ответа
<p>A1. Укажите все нули функции, определенной на промежутке $[-6; 6]$, график которой изображен на рисунке:</p> 	<p>1) 2; 2) $-1; 2; 5$; 3) $-4; -1; 5$; 4) $-4; -1; 2; 5$; 5) $2; 5$.</p>
<p>A2. Одна из сторон прямоугольника равна 6, а вторая в два раза меньше. Тогда площадь прямоугольника равна:</p>	<p>1) 9; 2) 10; 3) 18; 4) 72; 5) 36.</p>
<p>A3. Результатом упрощения выражения $(18a^2b^3 - 24ab^2 + 15a^3b) : 3ab$ является:</p>	<p>1) $6a^2b^2 - 7b + 5a^2$; 2) $6ab - 8b + 5a^2b$; 3) $8ab^2 - 6a + 5a^2b$; 4) $6ab^3 - 8ab + 5a^2$; 5) $6ab^2 - 8b + 5a^2$.</p>
<p>A4. Ордината вершины параболы $y = -x^2 - 6x + 2$ равна:</p>	<p>1) -25; 2) 29; 3) 11; 4) -7; 5) 14.</p>
<p>A5. Найдите число, если 10 % от него равны значению выражения $\left(1 : \frac{6}{13} - 3,25 \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot 3\frac{9}{13}$.</p>	<p>1) 0,2; 2) 2; 3) -20; 4) 20; 5) -2.</p>
<p>A6. Сумма целых положительных значений аргумента из области определения функции $y = \frac{\sqrt{9-x}}{x^2 - 5x + 6}$ равна:</p>	<p>1) 40; 2) 45; 3) 38; 4) 42; 5) 43.</p>

Задание	Варианты ответа
A7. Известно, что в прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $BC = 5$, $AB = 13$. Косинус угла A треугольника равен:	1) $\frac{5}{13}$; 2) $\frac{5}{12}$; 3) $\frac{13}{5}$; 4) $\frac{12}{13}$; 5) $\frac{13}{12}$.
A8. Найдите произведение корней уравнения $x^2 - 5 x - 14 = 0$.	1) -49 ; 2) -4 ; 3) 49 ; 4) -14 ; 5) 196 .
A9. Вычислите значение дроби $\frac{x^2 + xy + y^2}{3xy - y^2}$, если $x : y = 2 : 3$.	1) $\frac{19}{27}$; 2) $\frac{7}{3}$; 3) $\frac{19}{9}$; 4) $\frac{5}{9}$; 5) $\frac{1}{9}$.

Часть B

<p>B1. Сумма n первых членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле $S_n = 2n^2 + 3n$. Из утверждений 1—5 выберите три утверждения, которые являются верными.</p> <ol style="list-style-type: none"> Первый член прогрессии равен 2. Сумма первых двух членов прогрессии равна 14. Третий член прогрессии равен 13. Второй член прогрессии равен 14. Разность прогрессии равна 4. <p>Ответ запишите в виде последовательности цифр в порядке возрастания. <i>Например:</i> 134.</p>
<p>B2. Найдите площадь трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны и равны 7 и 10.</p>
<p>B3. Найдите значение выражения $18S$, где S — сумма корней (или корень, если он один) уравнения $\frac{3x^2 - 4x}{1 - x} = \frac{2x - 1}{x - 1}$.</p>
<p>B4. Найдите произведение наименьшего целого решения на количество целых решений неравенства $(x^3 - 7x + 6)(x + 3) \leq 0$.</p>
<p>B5. При совместной работе двух тракторов поле было вспахано за 20 часов. За сколько часов это поле вспахал бы первый трактор, если известно, что ему пришлось бы работать на 9 часов больше второго?</p>

Раздел 4. ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ

Тест по теме «Векторы, координаты»

Часть А

Задание	Варианты ответа
<p>A1. $ABCD$ — параллелограмм. Из векторных выражений 1—6 выберите верные равенства.</p> <p>1) $\overline{AB} = \overline{CD}$; 2) $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$; 3) $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$; 4) $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{BD}$; 5) $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}$; 6) $\overline{BC} + \overline{AD} = 0$.</p>	1) 1, 3, 5; 2) 1, 4, 6; 3) 1, 3, 6; 4) 2, 3, 4; 5) 2, 4, 5.
<p>A2. Даны точки $A(-2; 5)$, $B(7; -2)$, $C(-4; -6)$. Вектор $\vec{d} = 2\overline{BC} - 3\overline{CA}$ имеет координаты:</p>	1) $(-16; 25)$; 2) $(-28; -41)$; 3) $(16; -25)$; 4) $(28; 41)$; 5) $(-16; -25)$.
<p>A3. Точки $A(-1; 3; 2)$, $B(5; -1; -4)$, $C(3; 5; 1)$ — вершины треугольника ABC. Найдите длину медианы CM треугольника.</p>	1) 4; 2) 5; 3) $\sqrt{65}$; 4) $\sqrt{19}$; 5) $\sqrt{21}$.
<p>A4. Точки $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 1; -3)$, $C(3; -5; -1)$ — вершины параллелограмма $ABCD$. Длина диагонали BD равна:</p>	1) 14; 2) $\sqrt{190}$; 3) $\sqrt{158}$; 4) $\sqrt{94}$; 5) $\sqrt{150}$.
<p>A5. Найдите угол между векторами $\vec{a}(1; -2; 0)$ и $\vec{b}(2; 0; -4)$.</p>	1) 45° ; 2) $\arccos 0,1$; 3) 60° ; 4) $\arccos 0,2$; 5) $\arccos(-0,4)$.
<p>A6. Даны точки $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 1; -3)$, $C(3; -5; -1)$, $D(2; -2; -1)$, $E(-1; -2; -2)$. На одной прямой лежат точки:</p>	1) A, B, C ; 2) B, C, E ; 3) A, B, D ; 4) A, C, D ; 5) A, D, E .

Раздел 5. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

Натуральные и целые числа. Рациональные и иррациональные числа

Натуральные числа: $N = \{1; 2; 3; \dots\}$

<i>Простые</i>	<i>Составные</i>	<i>1 (единица)</i>
имеют только два делителя: 1 и само число: 2, 3, 5, 7, 11...	имеют более двух делителей: 4, 6, 8, 9, 10...	не является ни простым ни составным

Целые числа: $Z = \{\dots -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$

Рациональные числа: числа, представимые в виде дроби $\frac{m}{n}$, где m — целое число, а n — натуральное.

<i>Основное свойство дроби:</i>	<i>Сложение и вычитание дробей:</i>	<i>Умножение дробей:</i>	<i>Деление дробей:</i>
$\frac{m}{n} = \frac{km}{kn} \quad (k \neq 0)$	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $\frac{a}{b} : c = \frac{ac}{b}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

Десятичная дробь, у которой начиная с некоторого знака после запятой повторяется цифра или группа цифр (**период дроби**) — **бесконечная периодическая**.

- Если период такой дроби начинается сразу после запятой, то для представления ее в виде обыкновенной необходимо в числителе записать период дроби, а в знаменателе число, записанное таким количеством девяток, сколько цифр в периоде.

- Если между запятой и периодом дроби есть еще цифры, то числитель дроби равен разности между самим числом, включая один период, и числом, стоящим до периода, а знаменатель — число, записанное таким количеством девяток, сколько цифр в периоде и таким количеством нулей, сколько цифр после запятой до периода.

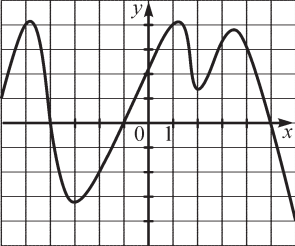
Например:

$$0,(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \quad 1,(15) = 1\frac{15}{99} = 1\frac{5}{33}; \quad 4,35(7) = 4\frac{357-35}{900} = 4\frac{322}{900}.$$

Раздел 6. РЕШЕНИЯ ТЕСТОВ

Тест 1 (10 класс)

Часть А

<p>A1. Укажите все нули функции, определенной на промежутке $[-6; 6]$, график которой изображен на рисунке:</p>		<p>Варианты ответа:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 2; 2) $-1; 2; 5$; 3) $-4; -1; 5$; 4) $-4; -1; 2; 5$; 5) $2; 5$.
<p><i>Решение.</i> Нули функции — это абсциссы точек пересечения ее графика с осью абсцисс (Ox). По графику определяем, что это $x_1 = -4, x_2 = -1, x_3 = 5$. <i>Ответ:</i> 3) $-4; -1; 5$.</p>		
<p>A2. Одна из сторон прямоугольника равна 6, а вторая в два раза меньше. Тогда площадь прямоугольника равна:</p>	<p>Варианты ответа:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 9; 2) 10; 3) 18; 4) 72; 5) 36. 	
<p><i>Решение.</i> Стороны прямоугольника равны 6 и 3, тогда его площадь равна: $S = 6 \cdot 3 = 18$. <i>Ответ:</i> 3) 18.</p>		
<p>A3. Результатом упрощения выражения $(18a^2b^3 - 24ab^2 + 15a^3b) : 3ab$ является:</p>	<p>Варианты ответа:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $6a^2b^2 - 7b + 5a^2$; 2) $6ab - 8b + 5a^2b$; 3) $8ab^2 - 6a + 5a^2b$; 4) $6ab^3 - 8ab + 5a^2$; 5) $6ab^2 - 8b + 5a^2$. 	
<p><i>Решение.</i> $(18a^2b^3 - 24ab^2 + 15a^3b) : 3ab = 18a^2b^3 : 3ab - 24ab^2 : 3ab + 15a^3b : 3ab = 6ab^2 - 8b + 5a^2$. <i>Ответ:</i> 5) $6ab^2 - 8b + 5a^2$.</p>		
<p>A4. Ордината вершины параболы $y = -x^2 - 6x + 2$ равна:</p>	<p>Варианты ответа:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) -25; 2) 29; 3) 11; 4) -7; 5) 14. 	
<p><i>Решение.</i> Найдем абсциссу вершины параболы по формуле: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{-2} = -3$, тогда ее ордината равна: $y_B = y(x_B) = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) + 2 = -9 + 18 + 2 = 11$. <i>Ответ:</i> 3) 11.</p>		

Использованная литература

1. *Азаров, А. И.* Математика. Текстовые задачи. Школьный курс / А. И. Азаров, С. А. Барвенов, В. С. Федосенко. Мн., 2005.
2. *Азаров, А. И.* Методы решения алгебраических уравнений, неравенств и систем / А. И. Азаров, С. А. Барвенов. Мн., 2004.
3. *Азаров, А. И.* Методы решения планиметрических задач / А. И. Азаров, В. В. Казаков, Ю. Д. Чурбанов. Мн., 2005.
4. *Азаров, А. И.* Методы решения показательных и логарифмических уравнений, неравенств, систем / А. И. Азаров, С. А. Барвенов. Мн., 2005.
5. *Азаров, А. И.* Методы решения тригонометрических задач / А. И. Азаров [и др.]. Мн., 2005.
6. *Азаров, А. И.* Серия «Тематический тренажер» / А. И. Азаров. Мн., 2008.
7. *Азаров, А. И.* Функциональный и графический методы решения экзаменационных задач / А. И. Азаров, С. А. Барвенов. Мн., 2004.
8. *Лисова, М. И.* Планиметрия. Итоговое повторение / М. И. Лисова, О. Н. Пирютко. Мн., 2004.
9. Математика: Готовимся к централизованному тестированию / УО «Республиканский институт контроля знаний» Министерства образования РБ. Мн., 2009.
10. *Мерзляк, А. Г.* Алгебраический тренажер / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. М., 2003.
11. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» на уровне общего базового образования / Т. А. Адамович [и др.]. Мн., 2010.
12. Сборник задач по математике для поступающих во вузы / под ред. М. И. Сканави. М., 1990.
13. Федорако, Е. И. Практикум по математике для подготовки к централизованному тестированию / Е. И. Федорако. Мозырь, 2010.
14. Централизованное тестирование. Математика: Сборник тестов / УО «Республиканский институт контроля знаний» Министерства образования РБ. Мн., 2005—2021.

Содержание

<i>Предисловие</i>	3
Раздел 1. Тесты. 10 класса	4
Раздел 2. Тесты. 11 класс	77
Раздел 3. Итоговые тесты	144
Раздел 4. Тематические тесты	188
Раздел 5. Основные определения и формулы	197
Раздел 6. Решения тестов	238
Ответы к разделу 1	277
Ответы к разделу 2	278
Ответы к разделу 3	279
Ответы к разделу 4	279
<i>Использованная литература</i>	280